

A DÖNTÉS SORÁN FENNAKADT FÁK MOZGATÁSA

Galgóczi Gyula – Hajdu Endre

A FENNAKADÁS KÉT TÍPUSA

Az alábbiakban a kézi eszközökkel végzett fakitermelés egyik balesetveszélyes mozzanatáról lesz szó. Arról a folyamatról, mely a döntés során az álló fák által megakasztott dőlő fákat vonszolás révén a talajra juttatja.

Az említett folyamat lényege: a fennakadt fának a talajon (vagy még a tuskón) lévő részére köteleket kötnek, és gépi, állati vagy emberi erővel addig vonszolják a fát, míg az a talajra nem jut.

Bár a mozgó fára ható valamennyi erő számbavétele lehetetlen, mégis alkotható olyan mechanikai modell, mely a vonszolási folyamat néhány – balesetelhárítási szempontból – figyelemreméltó sajátosságát kielégítő módon tükrözi.

A talajra vonszolás folyamatának vizsgálatához használt modellek során alkalmazott egyszerűsítések a következők:

- ~ a folyamatot statikai feladatként kezeljük; ezt az egyszerűsítést a fellépő kis gyorsulások és a könnyebben követhetőségre törekvés teszi elfogadhatóvá;
- ~ csak a talaj és a vonszolt fa törzse, valamint a vonszolt fa és a támasztó fa között fellépő erőket vesszük figyelembe, a vonszolt fa súlyerején kívül.

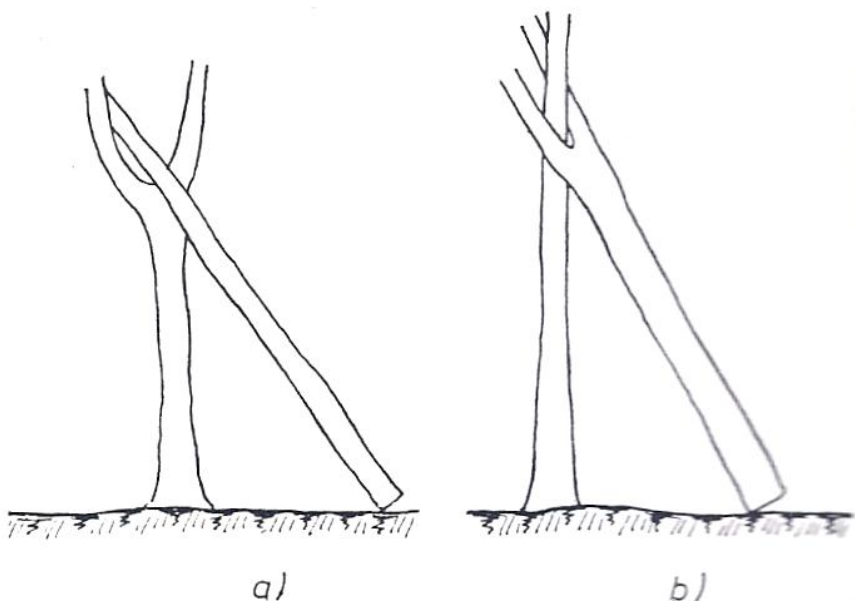
A talajra vonszolás két lényeges esete különböztethető meg.

I. eset: A vonszolt fa törzse a támasztó fa egy elágazására támaszkodik.

Ekkor a támasztási pont a támasztó fához képest jó közelítéssel fixnek mondható (1. / a ábra).

II. eset: A vonszolt fa törzsének egy elágazása érintkezik a támasztó fa törzsével.

Ekkor a támasztási pont a támasztó fához képest mozog (1. / b ábra).



1. ábra

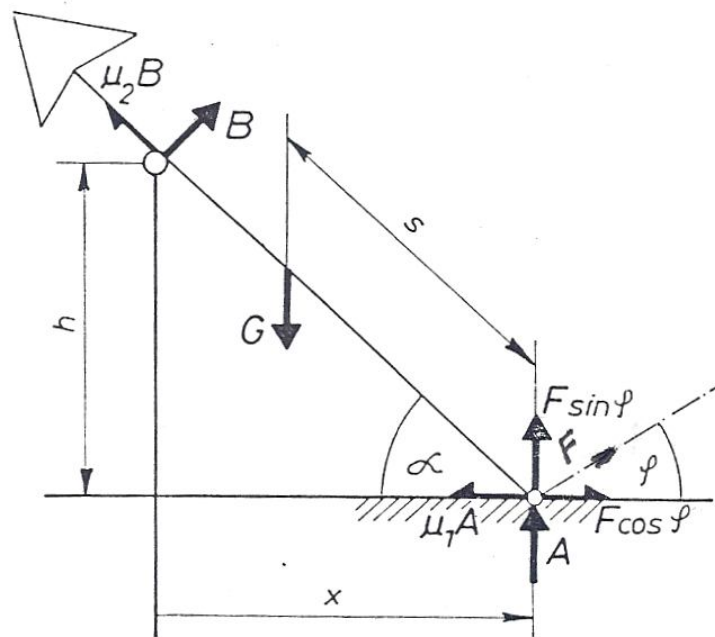
Látni fogjuk, hogy elméleti és gyakorlati szempontból egyaránt két lényegesen különböző esetről van szó.

Megjegyzendő, hogy további fennakadási típusnak tekinthető az az eset, mikor a támasztó és támasztott fa koronája akad egymásba, de ez a talán leggyakoribb eset matematikai, mechanikai szempontból nem látszik kezelhetőnek.

A továbbiakban az ugyancsak gyakori I. és II. fennakadás-típusról lesz szó, melyek további változatai abból adódnak, hogy puha talajon a fatörzs és a talaj közti súrlódás tényezője nem tekinthető állandónak. Ugyanis a fatörzs vágáslapja túrja a talajt vonszolás közben. A túrás következtében fellépő ellenállás nagysága függ a talaj síkja és a fatörzs tengelye által bezárt szögtől.

AZ I. FENNAKADÁS - TÍPUS

Első közelítésben legyen a talaj és a fatörzs közötti súrlódás μ_1 tényezője állandó, a fatörzsek közötti súrlódás μ_2 tényezője szintén állandó, a vonszolt fa súlyereje G , a talaj, ill. a támasztó fa által a vonszolt fára kifejtett erők A , ill. B , a vonszolóerő F , ennek a talaj síkjával bezárt szöge φ .



2. ábra

A 2. ábra szerint a támasztó fa elágazására támaszkodó és az alsó végénél megfogva vonszolt fa elmozdulásának határán a fára ható erők egyensúlyának egyenletei a következők:

$$F \cos \varphi - A \mu_1 + B \sin \alpha - \mu_2 B \cos \alpha = 0$$

$$F \sin \varphi + A + B \cos \alpha + \mu_2 B \sin \alpha - G = 0$$

$$-B \frac{h}{\sin \alpha} + G s \cos \alpha = 0$$

A harmadik egyenletből:

$$B = \frac{Gs}{h} \sin \alpha \cdot \cos \alpha .$$

Ha az egyenletrendszer második egyenletét μ_1 - gyel szorozzuk és az első egyenlethez adjuk, majd B értékét behelyettesítve kifejezzük F-et, rendelkezésünkre áll az $F = F(\alpha, \varphi)$ függvény:

$$F(\alpha, \varphi) = \frac{G}{\mu_1 \sin \varphi + \cos \varphi} \left\{ \mu_1 - \frac{s}{2h} \sin 2\alpha [\sin \alpha (1 + \mu_1 \mu_2) + \cos \alpha (\mu_1 - \mu_2)] \right\} .$$

Szemléletesebb eredményhez jutunk, ha az erőt $F = F(x, \varphi)$ alakban, tehát az elmozdulás és a φ szög függvényeként fejezzük ki. Felhasználva, hogy

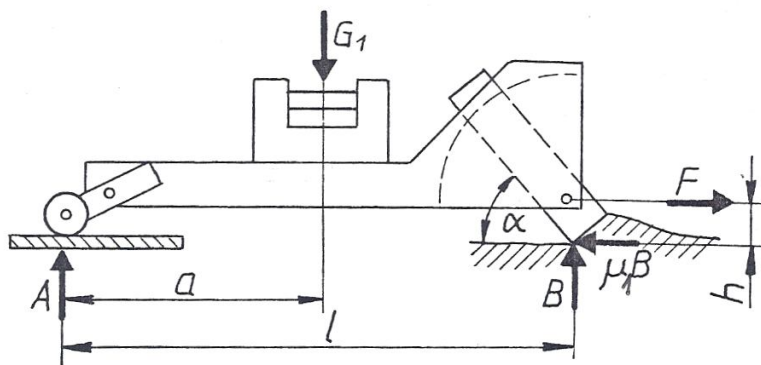
$$\sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} , \quad \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} , \quad \sin 2\alpha = \frac{2xh}{x^2 + h^2} ,$$

az $F = F(x, \varphi)$ függvény a következő:

$$F(x, \varphi) = \frac{G}{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi} \left\{ \mu_1 - \frac{sx}{(x^2 + h^2)^{3/2}} [h(1 + \mu_1 \mu_2) + x(\mu_1 - \mu_2)] \right\} .$$

A fentebb alkalmazott modell kemény, köves, sziklás terepen tekinthető elfogadhatónak, amikor a vonszolt fatörzs vége, bütüje, nem túrja a talajt.

Annak megállapítása végett, hogy a vonszolás közben a talajt túró fatörzsre milyen erőt fejt ki a talaj, az elméleti megközelítés nagyon nehézkesnek és szükségtelennek is tűnik. Egy egyszerű kísérleti eszköz, ill. a segítségével nyert mérések alapján kielégítő pontosságú kép nyerhető a vonszolt fatörzsre ható erőről. Az említett eszköz a 3. ábrán látható „kocsiból” és az ahhoz képest változtatható szöggel hajló hengeres rúdból álló szerkezet.



3. ábra

A kocsi két – változtatható helyzetű – kereke deszkalapokon gördül, miközben a fatörzs modelljét jelentő hengeres rúd a talajra támaszkodik. A kocsit G súllyal terhelve és F erővel húzva, a kocsi Q önsúlyának és G -nek összegét G_1 - gyel jelölve, az egyensúly határán érvényes statikai egyenletek alapján a μ_1 súrlódástényező:

$$\mu_1 = \frac{Fl}{G_1 a + Fh}.$$

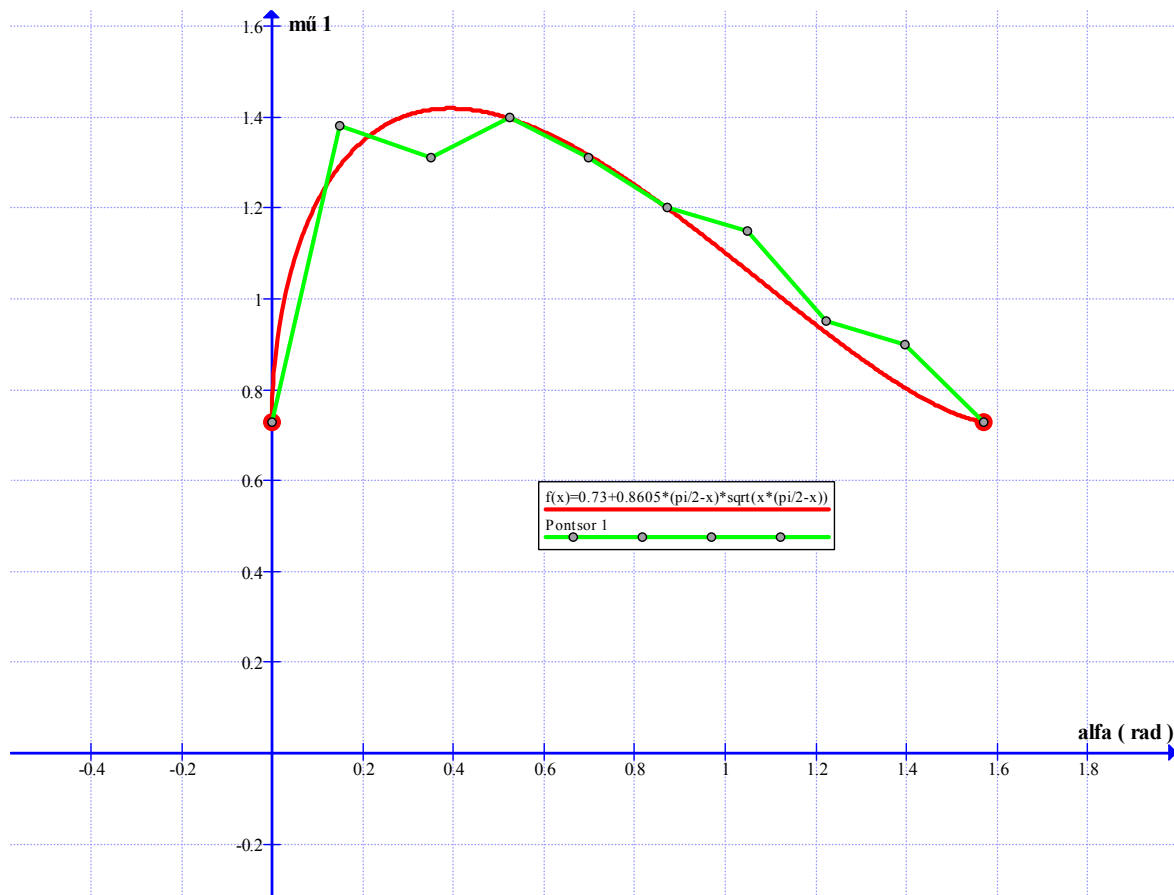
Ha az α hajlásszöget változtatjuk, és F -et, valamint a geometriai adatokat mérjük, megszerkeszthető a $\mu_1 = \mu_1(\alpha)$ grafikon.

Néhány megjegyzés az imént említett grafikon szerkesztésének alapjául szolgáló méréssel kapcsolatban:

- ~ a kísérlet során $G = 20 \text{ kp} \approx 200 \text{ N}$, $Q = 5,6 \text{ kp} \approx 56 \text{ N}$ volt;
- ~ a mérés tervének gyenge pontja a h méret meghatározása. A talajba besüllyedt hengeres rúd legalsó pontjának az F erő hatásvonalától mért távolságát nehézkesen lehet mérni. Nagy eltérést mutatott olykor az azonos α szöghöz tartozó két - két érték. A μ_1 átlagértékeket a mérési jegyzőkönyv mellékelt kivonata mutatja.

α° :	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
μ_1 :	0,73	1,38	1,31	1,40	1,31	1,20	1,15	0,95	0,90	0,73

A mérési adatok alapján szerkesztett 4. ábra az α szög különböző értékeihez tartozó μ_1 értékeket szemlélteti egy - egy ponttal.

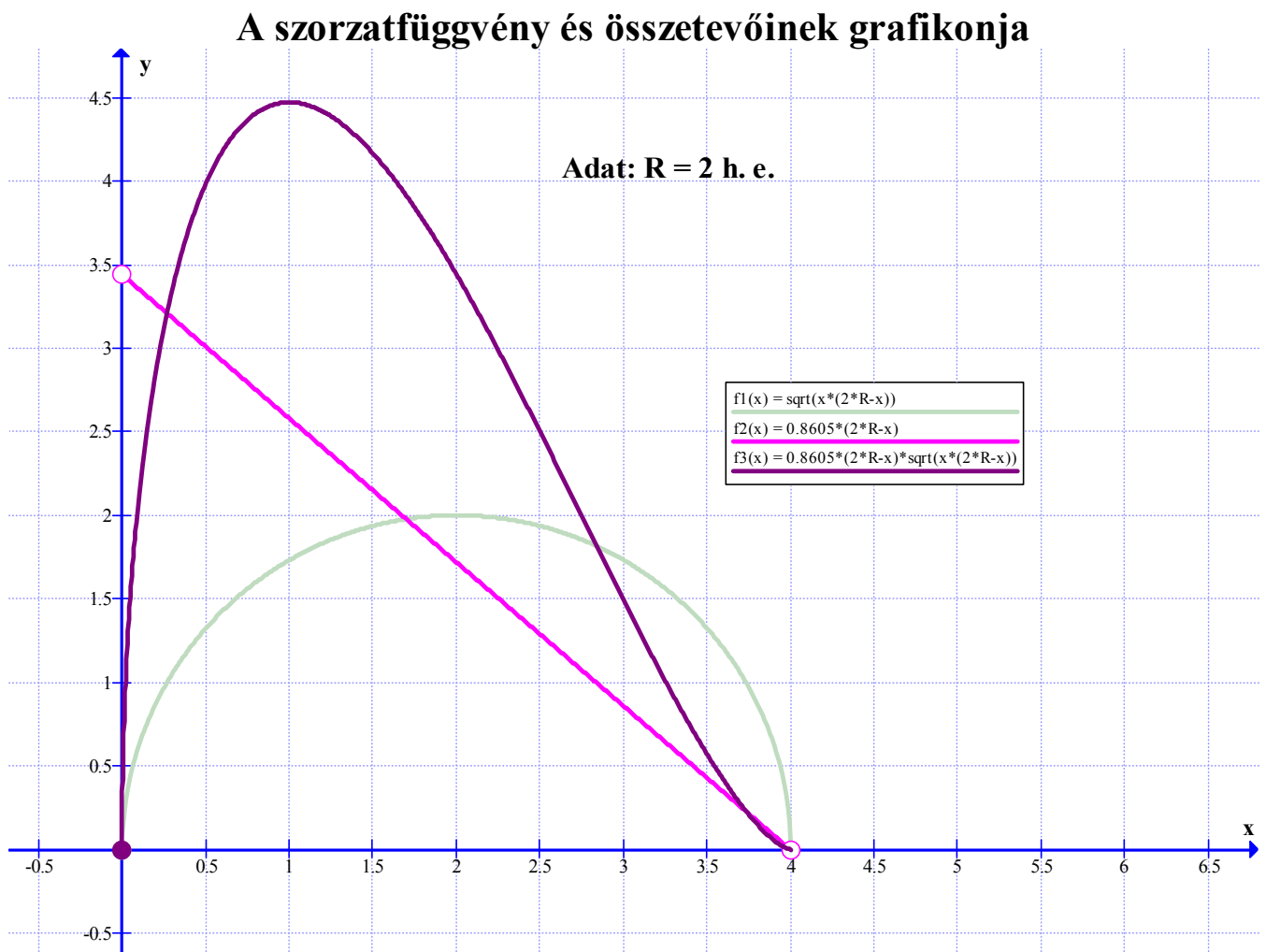


4. ábra

Az ábrán látható pontsört jól megközelítő görbe előállítás, azaz a $\mu_1 = \mu_1(\alpha)$ függvény grafikonjának előállítása céljából tekintsük a túrás jelensége következtében változó súrlódástényezőt egy állandó súrlódástényező és egy, az α szögtől függő súrlódástényező összegének: $\mu_1 = \mu_0 + \mu_\alpha$. Az első tag az $\alpha = 0$ esetén érvényes súrlódástényező, a második tagról az sejthető, hogy a hajlásszög növelésével rohamosan növekszik, de kb. 30 fokot túllépve csökken. Olyan függvény, amelynek grafikonja az imént említett tulajdonságú, egyszerűen előállítható egy első- és egy másodfokú függvény szorzataként. A két függvény általános alakja

$$y_1 = m(x - 2R) \text{ és } y_2 = \sqrt{2Rx - x^2},$$

ahol m a félegyenes iránytangense, R a félkör sugara. Az 5. ábra egy lehetséges R , m adatpár esetét szemlélteti.



5. ábra

A túrás jelenségét is figyelembe vevő, az α szög függvényében változó súrlódástényező ezek után

$$\mu_1(\alpha) = \mu_0 + m(\alpha - 2R)\sqrt{2R\alpha - \alpha^2}.$$

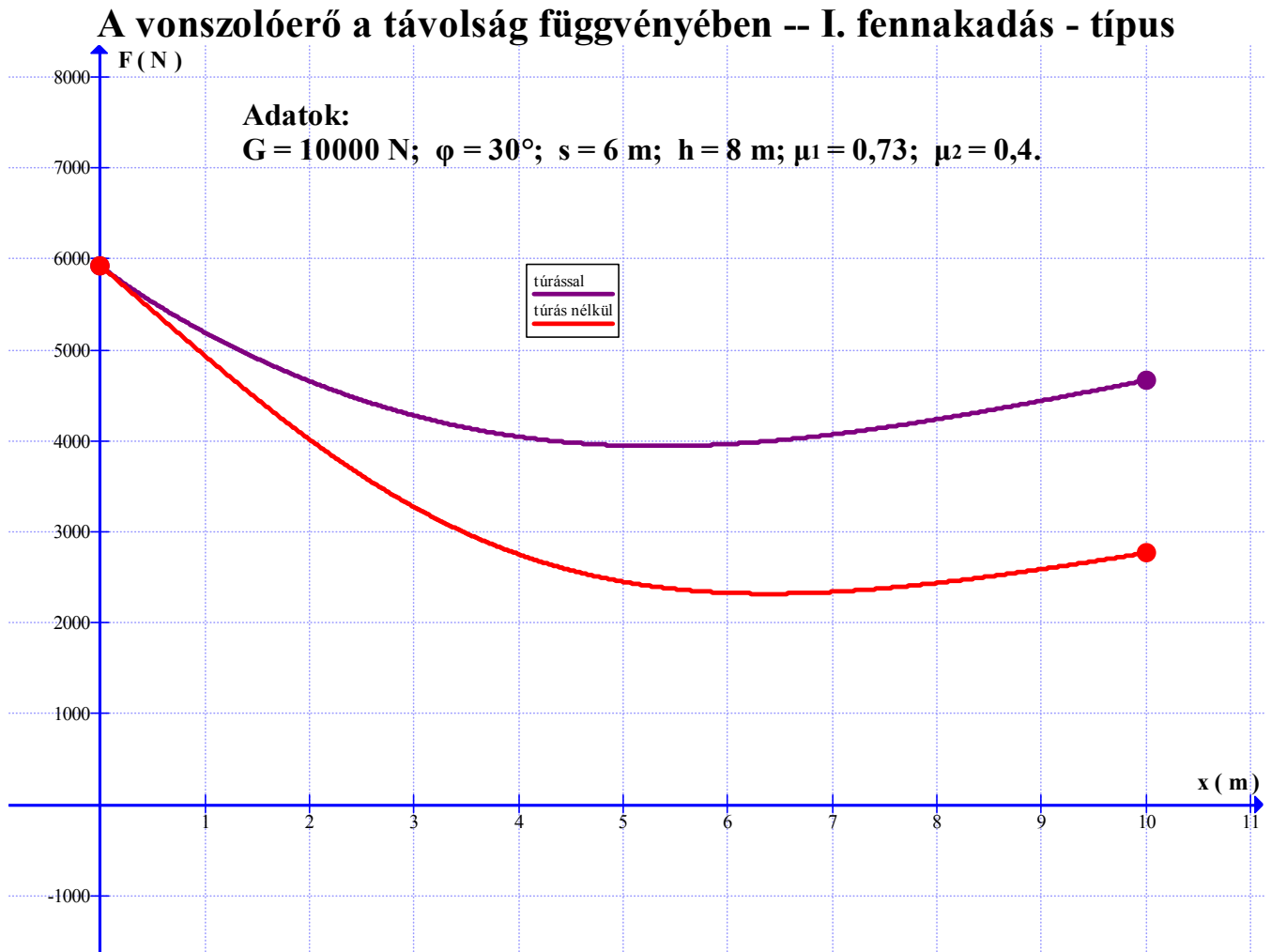
A vizsgált esetben $\mu_0 = 0,73$; $2R = \pi / 2$; az m iránytangenszt úgy kell meghatározni, hogy a szorzatgörbe minél jobban illeszkedjék a mérés eredményeképpen nyert pontokhoz. A 4. ábra piros görbéje a $\mu_1 = \mu_1(\alpha)$ függvény grafikonja.

Ezek után egy számpéldán hasonlítjuk össze a vonszolóerő alakulását a kétféle közelítés, vagyis a túrás jelenségének mellőzése, ill. figyelembe vétele esetén.

A 2. ábrán alkalmazott jelölésekkel legyen

$G = 10000\text{ N}$, $\varphi = 30^\circ$, $s = 6\text{ m}$, $h = 8\text{ m}$, $\mu_1 = 0,73$, ill. $\mu_1(\alpha)$, $\mu_2 = 0,4$.

A kétféle közelítés eredményét a 6. ábra szemlélteti.



6. ábra

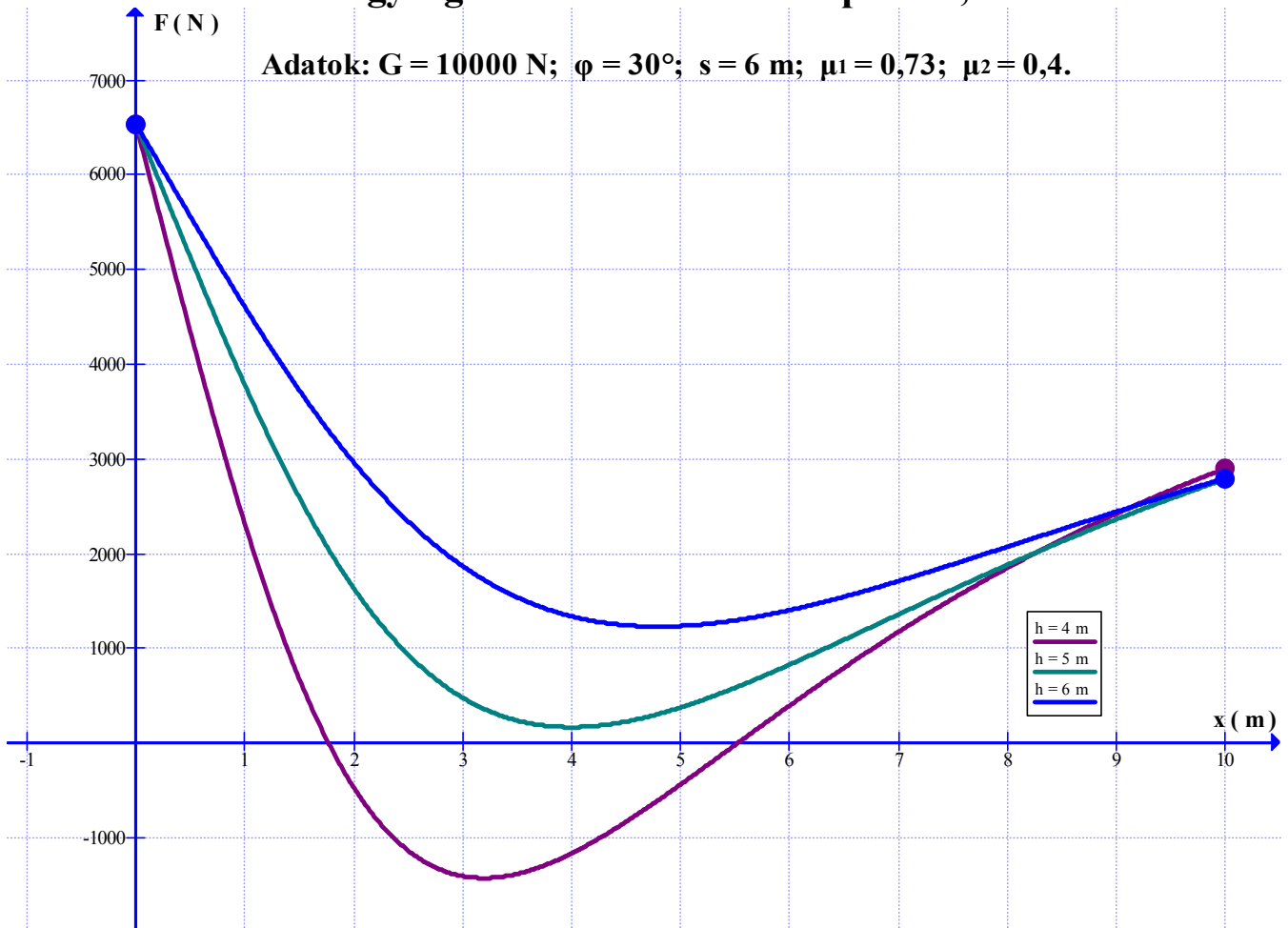
A 7. ábra szintén a vonszolóerő változását szemlélteti, de a támasztási pont h magasságának különböző értékeinél (a többi adat változatlanul hagyása mellett).

Megjegyzések a 7. ábrával kapcsolatban:

1. A túrásból következő súrlódásnövekedés itt nincs figyelembe véve, vagyis a μ_1 súrlódási tényező állandó.

2. A vonszolóerő képletének levezetése során feltettük, hogy a vonszolt fa súlypontja a támasztási ponttól jobbra esik; jelen esetben, mikor $s > h$, ez a feltétel a vonszolás kezdetén nem teljesül, tehát a vonszolás kezdetén, vagyis míg a súlypont balra esik, a grafikonok nem pontosan tükrözik a valóságot.
3. Balesetelhárítási szempontból figyelemreméltó tény, hogy a vonszolóerő negatív előjelűvé válik bizonyos esetben, vagyis a fatörzs mozgatása nem igényel vonszolóerőt, csupán a saját súlyának hatására rácsúszhat a vonszolást végző személyre vagy gépre.

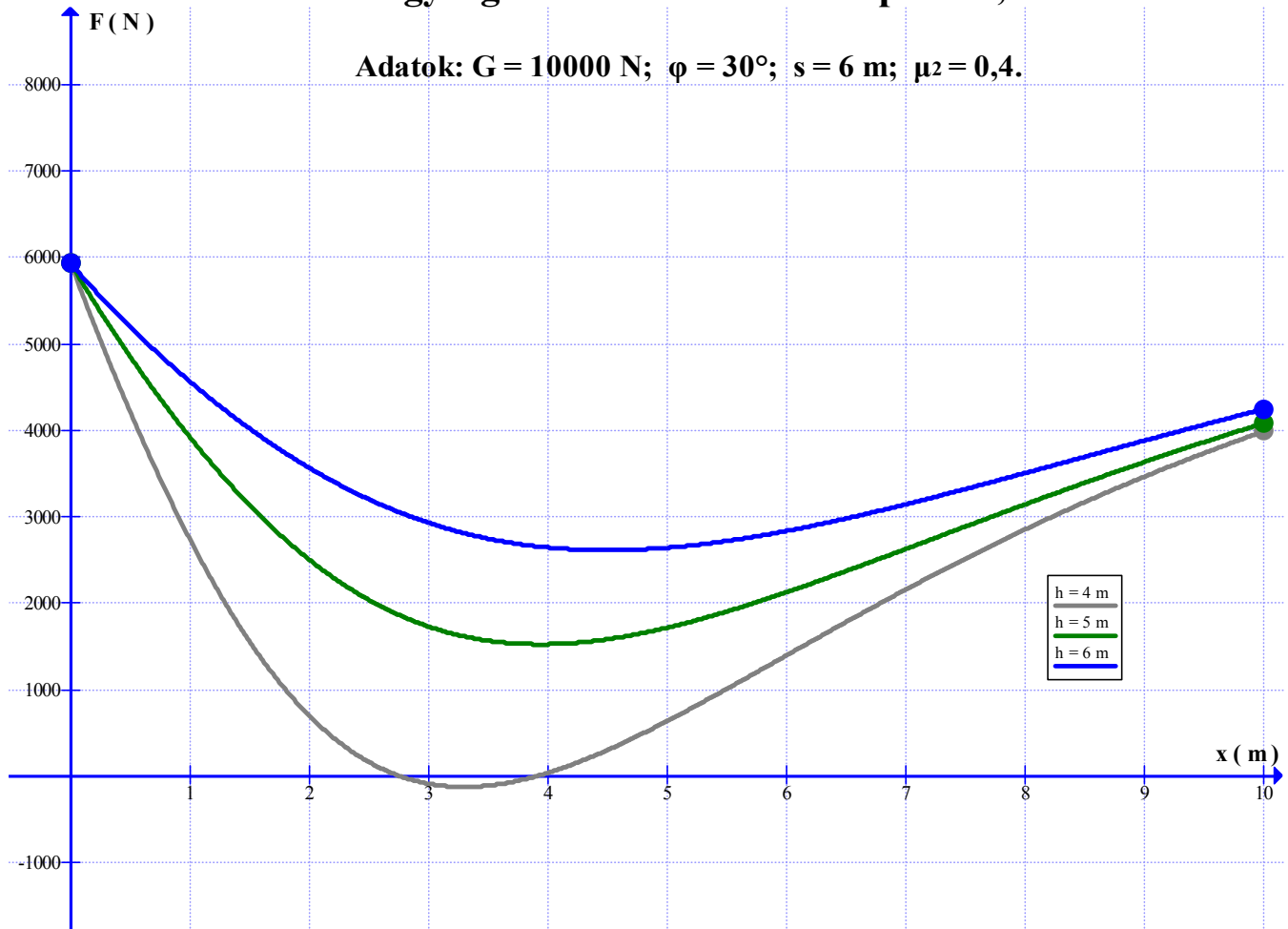
Vonszolóerő nagysága az I. fennakadás - típusnál, túrás nélkül



7. ábra

A 8. ábra szintén különböző h értékek esetén szemlélteti a vonszolóerő változását, de a túrás jelenségének figyelembe vételével. Ez esetben – érthető módon – kisebb az esélye annak, hogy a vonszolóerő negatív értéket vegyen fel. További példák arról győznének meg, hogy a vonszolóerő kevésbé függ a φ szögtől, mint a μ_1 tényezőtől.

Vonszolóerő nagysága az I. fennakadás - típusnál, túrással



8. ábra

A II. FENNAKADÁS - TÍPUS

A II. fennakadás - típusnak megfelelő mechanikai modellt a 9. ábra szemlélteti. Emlékeztetőül: most a támasztópont mozog a támasztó fán, a vontatott fatörzs alsó végétől a támasztópontig terjedő távolság l hossza állandó (9. ábra). Az egyensúlyi egyenletek:

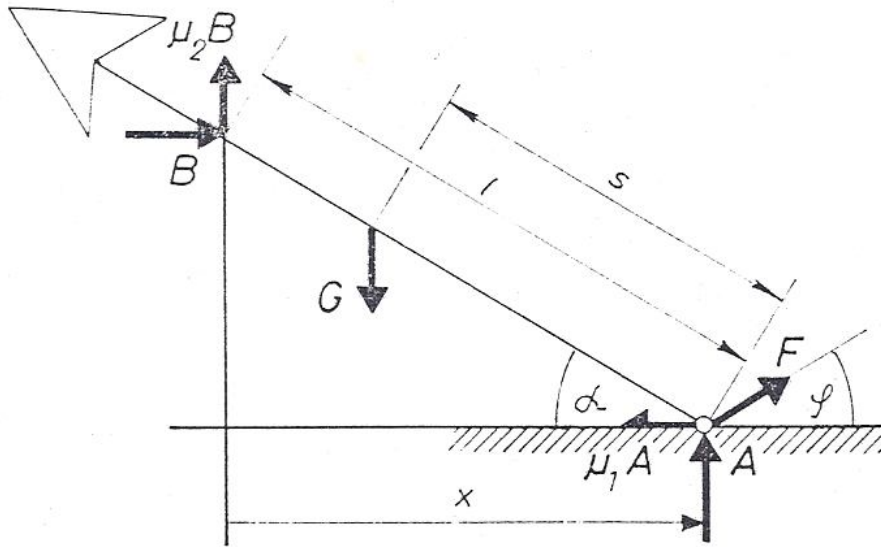
$$\begin{aligned} F \cos \varphi + B - A \mu_1 &= 0, \\ A + B \mu_2 + F \sin \varphi - G &= 0, \\ G s \cos \alpha - B(l \sin \alpha + \mu_2 l \cos \alpha) &= 0. \end{aligned}$$

Majd:

$$B = \frac{G s \cos \alpha}{l(\sin \alpha + \mu_2 \cos \alpha)}, \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{l}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{l},$$

ezekkel

$$B = \frac{Gsx}{l(\sqrt{l^2 - x^2} + \mu_2 x)}.$$



9. ábra

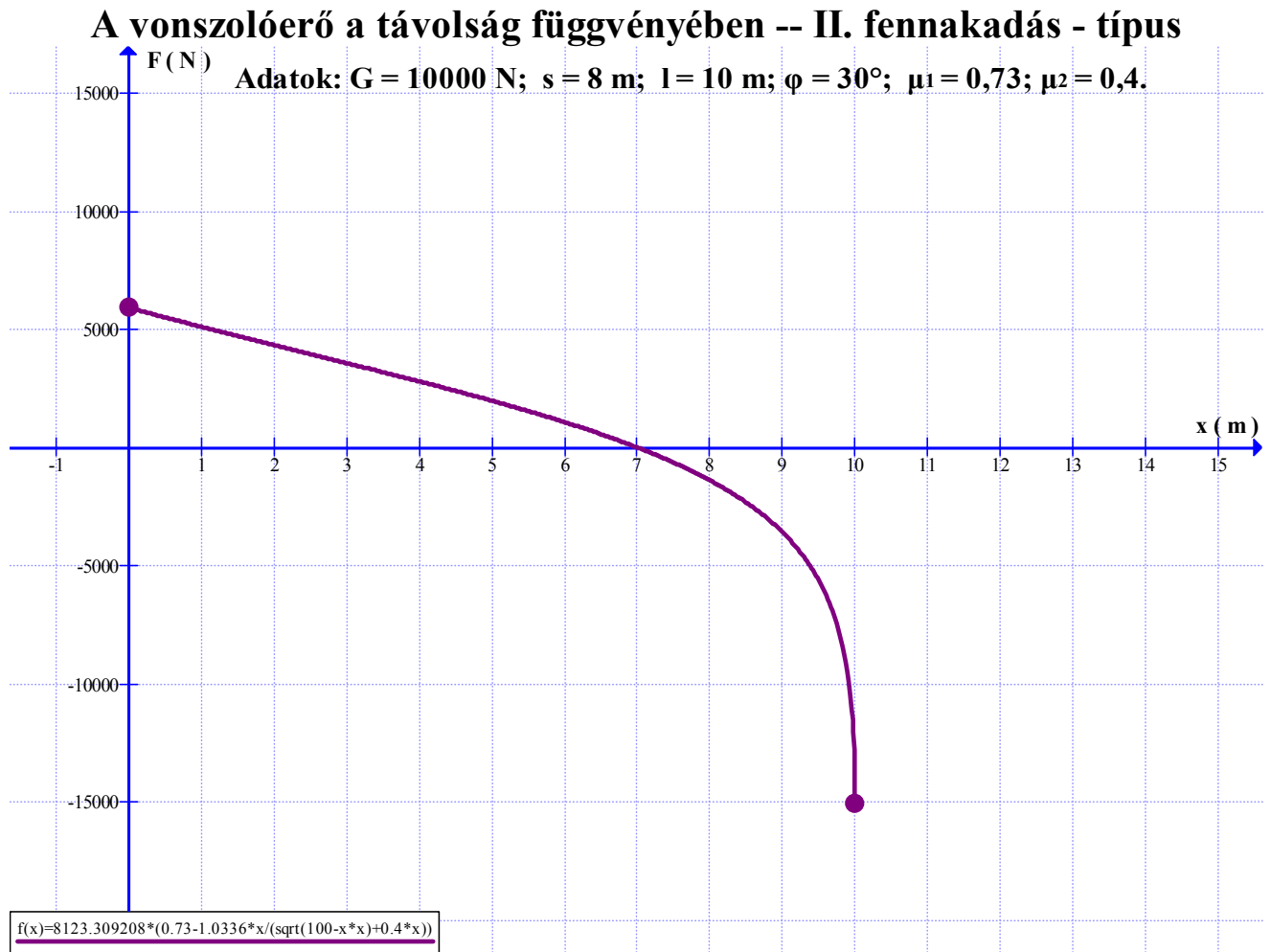
A második egyenletet μ_1 -gyel szorozva s az elsőhöz adva, továbbá B értékét behelyettesítve, a következő képlet adódik:

$$F(x, \varphi) = \frac{G}{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi} \left[\mu_1 - \frac{sx(1 + \mu_1 \mu_2)}{l(\sqrt{l^2 - x^2} + \mu_2 x)} \right].$$

Ha a második közelítésben is figyelembe vesszük a túrás jelenségét, akkor természetesen a μ_1 tényező változó, korábban is használt képletével kell számolni. A vonzóerő alakulása a túrás jelenségének figyelmen kívül hagyásával a 10. ábrán szemléltethető. Feltűnően különbözik a vonzóerő grafikonja az I. típus megfelelő (6. ábra) grafikonjától.

A vonzás kezdetén a vonzóerő közel lineárisan csökken, majd a csökkenés hirtelen felgyorsul és az erő negatív előjelűvé válik.

Nem sokban különbözik a 10. ábra grafikonja a 11. ábra grafikonjától, mely a túrás figyelembe vételével készült.



10. ábra

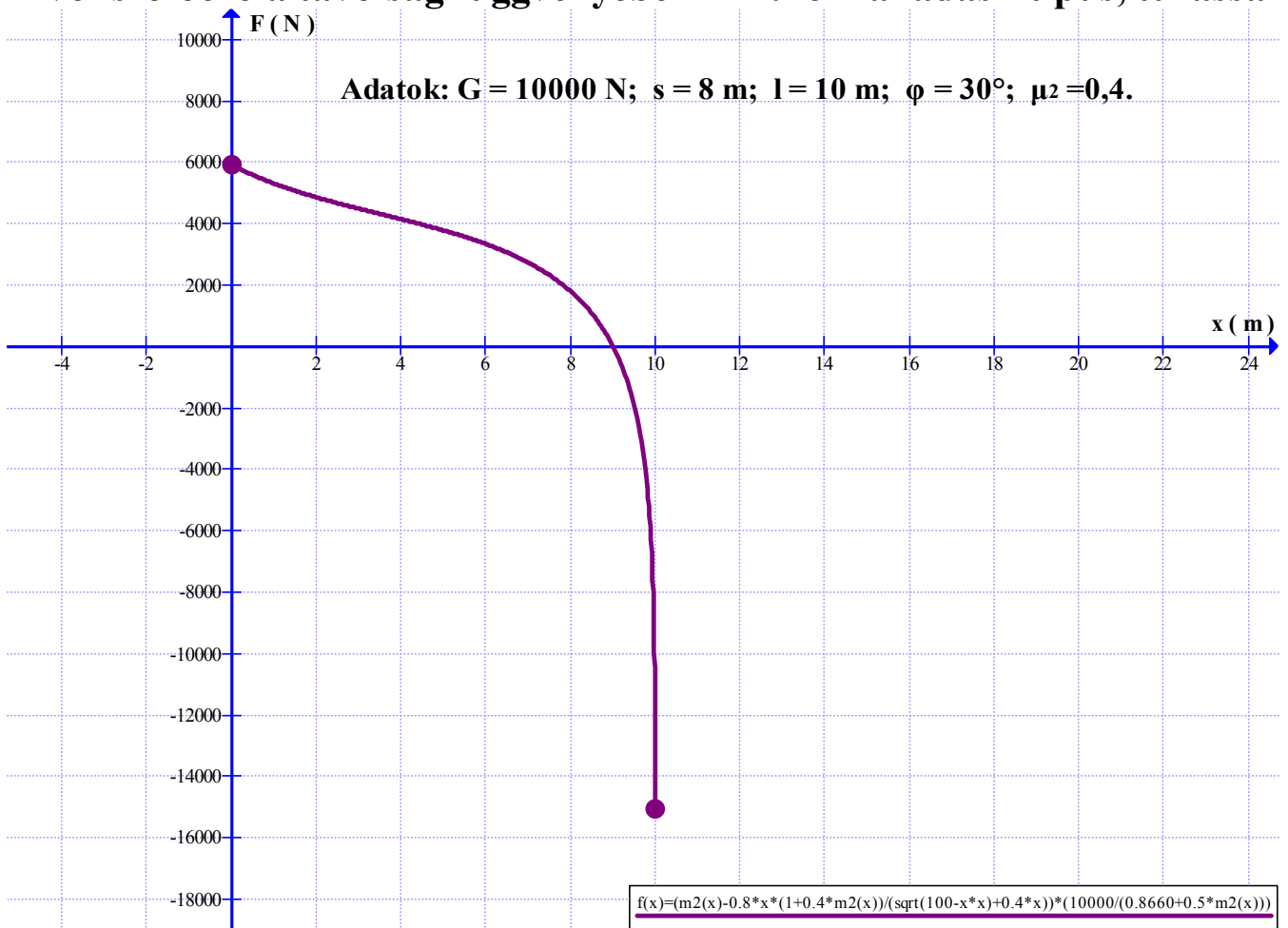
A jelen tanulmány igazi mondanivalója, balesetelhárítási szempontból fontos közlendője az a tény, hogy az I. és II. fennakadás - típus lényegesen különböző eset. A II. típus látszik veszélyesebbnek a vonszolóerő nehezen számításba vehető hirtelen változása miatt.

A VONSZOLÓERŐ HAJLÁSSZÖGE

Mindkét fennakadás - típus estén érvényes megállapítás, hogy a vonszolóerőnek a talaj síkjával bezárt szöge akkor optimális, ha megegyezik a pillanatnyilag érvényes ρ_1 súrlódási szöggel. A 2. közelítés estén, vagyis a túrás figyelembe vételekor ez a szög persze változik a vonszolás folyamán. A fenti megállapítás a következőképpen látható be: az elmozdulás határán a fára ható erők nyomatékösszege zérus, a támasztóerők hatás-vonalának metszéspontjára (12. ábra) felírt nyomatékegyenletből:

$$F = \frac{d}{k} G .$$

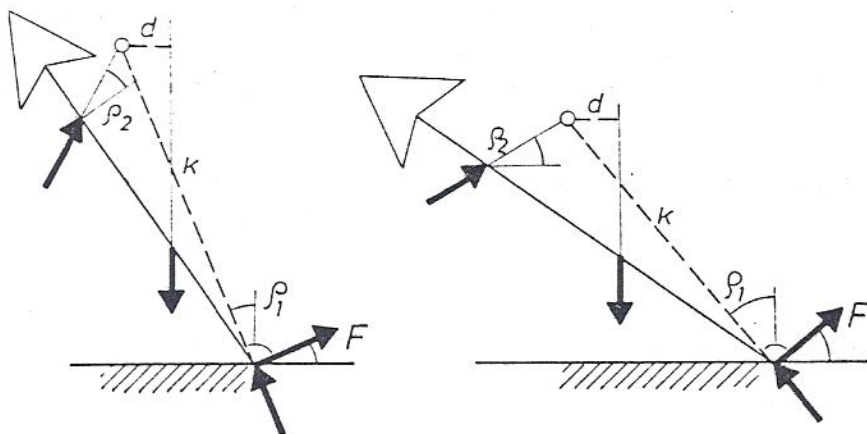
A vonzóerő a távolság függvényében -- II. fennakadás - típus, túrással



11. ábra

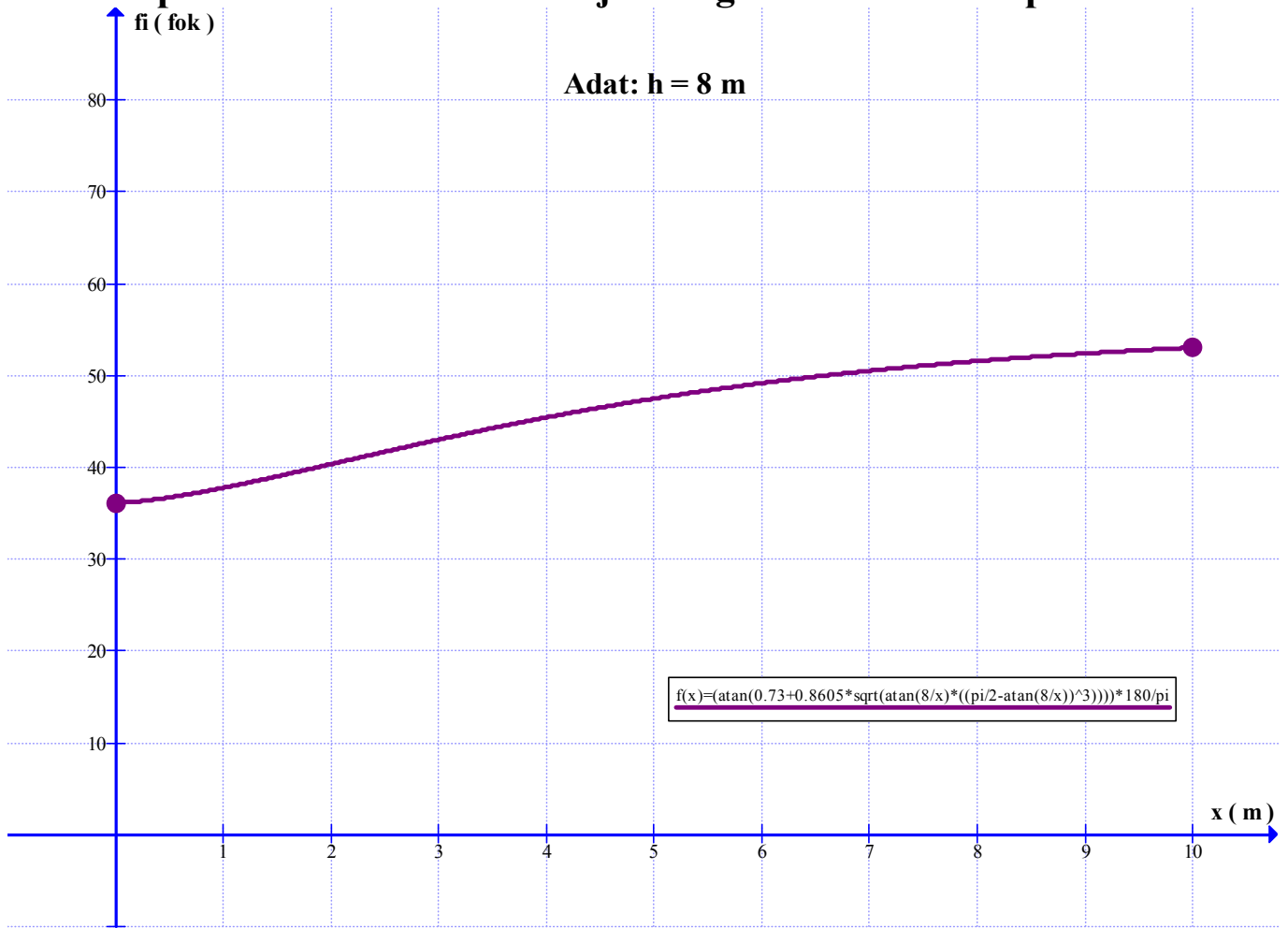
Tehát F akkor legkisebb, ha k legnagyobb. Ekkor azonban $\varphi = \rho_1$. Az optimális vonzóerő-hajlásszög ezek szerint

- ~ első közelítésben: $\varphi_{\text{opt}} = \arctg \mu_1$,
- ~ második közelítésben: $\varphi_{\text{opt}} = \arctg \mu_1(x)$.



12. ábra

Az optimális vonszolóerő - hajlásszög alakulása -- I. típus esetén



13. ábra

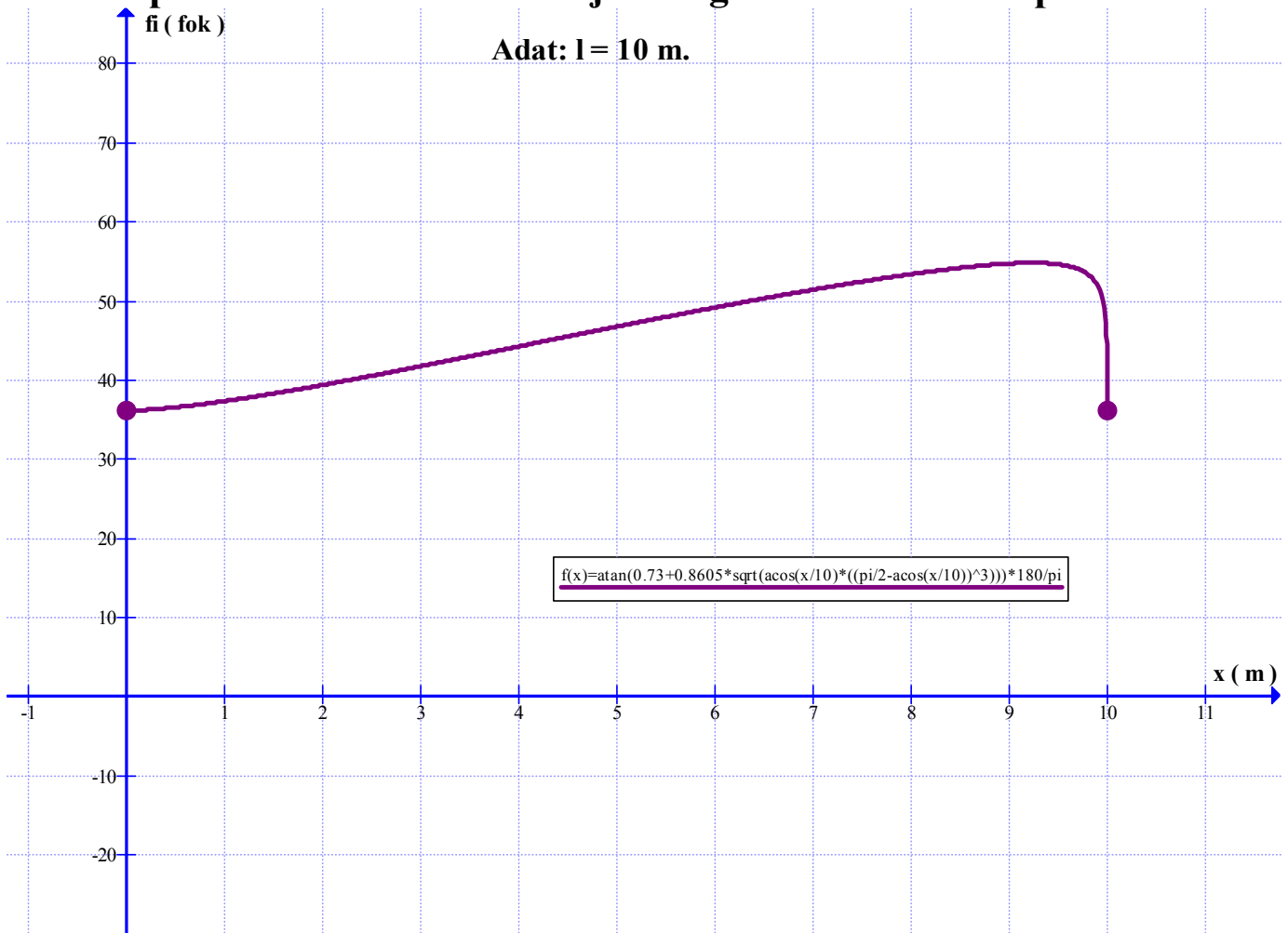
Részletesen felírva az utóbbi függvényt a két fennakadás-típus esetén:

I. típus:
$$\varphi_{\text{opt}}^{\text{I.}} = \arctg \left[0,73 + 0,8605 \cdot \sqrt{\left(\arctg \frac{h}{x} \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{h}{x} \right)^3} \right];$$

II. típus:
$$\varphi_{\text{opt}}^{\text{II.}} = \arctg \left[0,73 + 0,8605 \cdot \sqrt{\left(\arccos \frac{x}{1} \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arccos \frac{x}{1} \right)^3} \right].$$

E függvények grafikonjait a 13., ill. a 14. ábra szemlélteti.

Az optimális vonszolóerő - hajlásszög alakulása -- II. típus esetén



14. ábra

Megjegyzés:

A 13. és a 14. ábrával kapcsolatban feltűnhet az Olvasónak, hogy φ_{opt} mindig pozitívként lett feltüntetve; még akkor is, ha a vonszolóerő zérus, ill. negatív értéket venne fel. Ezzel kapcsolatosan javasoljuk végiggondolni az alábbiakat.

Ha $F > 0$, akkor $\varphi_{\text{opt}} = \varphi_{\text{opt}}^+$;

ha $F = 0$, akkor φ_{opt} : határozatlan;

ha $F < 0$, akkor $\varphi_{\text{opt}} = \varphi_{\text{opt}}^+ + \pi$.

Itt φ_{opt}^+ : a 13. ábra után közölt arctg - es kifejezések szerinti, az adott fennakadás - típusnak megfelelően.

ÖSSZEFOGLALÁS

Az erdészeti anyagmozgatás, sőt az egész erdészet-technikai tevékenység sajátos természete / feltételei folytán a konkrét problémák esetére a matematikai tárgyalás alig alkalmazható. Hiszen például a fentebb tárgyalt téma esetében már egy ágcsonk vagy a talaj egyenetlensége lényeges erőjáték-módosulást okozhat, nem is beszélve arról, hogy a kiindulásul vett egyszerűsítések mennyiben jogosak (esetünkben a statikai tárgyalásmód inkább csak a nem gépi erővel történő anyagmozgatás esetén látszik indokoltnak).

Statisztikai átlagként érvényes következtetések megállapítására azonban alkalmazhatók az elméleti megközelítés szokásos módszerei, az erdészet-technikai kérdések megválaszolása során is. Hogy e dolgozat lényeges következtetése, mely szerint a fennakadt fák talajra mozgatásának két típusa balesetveszély szempontjából különbözik, aligha vitatható, és a gyakorlat számára is figyelmet érdemlő tény.

Sopron – Sződliget, 2010. április 14.